



# دو پینگ فوری

# شب امتحان

خلاصه فشرده برای مرور سریع ❄️

فیزیک دوازدهم ریاضی

برای بررسی حرکت جسم به شناخت تعدادی کمیت نیاز داریم.

۱) **بردار مکان:** بردار مکان، برداری است که مبدأ محور مختصات را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند.

۲) **بردار جابه‌جایی:** برداری که مکان اولیه را به مکان نهایی وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی یا تغییر مکان نامیده می‌شود و آن را با  $\vec{d}$  نشان می‌دهیم. در حالت یک‌بُعدی که در بیشتر مسائل فصل با آن سروکار داریم، می‌توان رابطه جابه‌جایی را به صورت زیر نوشت:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

۳) **مسافت طی‌شده:** طول مسیر حرکت را مسافت پیموده شده یا به اختصار مسافت می‌نامند و آن را با  $\ell$  نشان می‌دهند.

**نکات:**

۱- مسافت، کمیتی نرده‌ای است، در حالی که جابه‌جایی کمیتی برداری است.

۲- مسافت طی شده همواره بزرگ‌تر یا مساوی بزرگی جابه‌جایی است. در حالی که متحرک روی مسیر مستقیم حرکت کند و همچنین تغییر جهت ندهد، بزرگی بردار جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است. بنابراین در حالت کلی داریم:

$$\ell \geq |\vec{d}|$$

۴) **تندی متوسط:**

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۵) **سرعت متوسط در حرکت بر خط راست:**

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

**نکات:**

۱- بردار سرعت متوسط، همواره با بردار جابه‌جایی هم‌جهت است.

۲- تندی متوسط کمیتی نرده‌ای و سرعت متوسط، کمیتی برداری است.

۶) **تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای:**

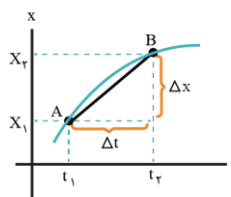
تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند. اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، در واقع سرعت لحظه‌ای ( $\vec{v}$ ) آن را که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم.

**نکات:**

۱- تندی لحظه‌ای، همان بزرگی سرعت لحظه‌ای است.

۲- عقربه تندی‌سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد.

سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان - زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.



سرعت در هر لحظه دلخواه  $t$ ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است.

**نکات:**

۱- در لحظه تغییر جهت حرکت (نقاط بیشینه و کمینه نمودار مکان - زمان)، سرعت متحرک برابر صفر است. همچنین علامت سرعت (علامت شیب خط مماس بر نمودار) در این لحظه عوض می‌شود.

۲- تندی متحرک در هر لحظه، همان اندازه سرعت لحظه‌ای (اندازه شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه) است.

**حرکت شتاب‌دار:**

هرگاه بردار سرعت متحرکی تغییر کند، حرکت آن شتاب‌دار است. با توجه به اینکه بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است، تغییر سرعت متحرک در نقاط مختلف از مسیر حرکت می‌تواند به یکی از سه دلیل زیر باشد:

۱- تغییر در اندازه بردار سرعت (تندی) متحرک

۲- تغییر جهت بردار سرعت متحرک

۳- تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت متحرک

نکته:

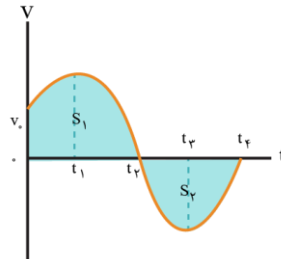
اگر متحرک در یک راستا مانند محور x حرکت کند، رابطه شتاب متوسط را می‌توان به صورت زیر به کار برد:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

با توجه به ماهیت برداری  $v_1$  و  $v_2$  باید به علامت‌های جبری آن‌ها که نشان‌دهنده جهت آن‌هاست توجه کنیم. شتاب متوسط ( $\bar{a}$ )، کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار تغییر سرعت ( $\Delta \vec{v}$ ) است.

### نمودار سرعت - زمان:

محاسبه جابه‌جایی و مسافت طی شده: مهم‌ترین نکته نمودار سرعت - زمان این است که مساحت محصور بین نمودار و محور t در یک بازه زمانی، برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است.



$t_4$  جابه‌جایی در بازه زمانی صفر تا  $t_4$ :  $\Delta x_{ج} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$

چون مسافت طی شده برابر با حاصل جمع قدرمطلق جابه‌جایی‌هاست، مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا  $t_4$  برابر است با:

$$l = S_1 + S_2$$

### شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای:

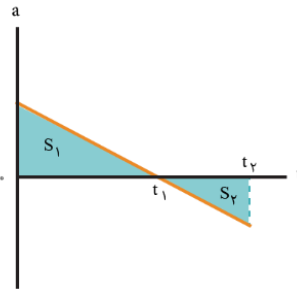
شتاب متوسط بین دو لحظه برابر شیب پاره‌خطی است که نمودار سرعت - زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند.

شتاب در هر لحظه دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در آن لحظه است.

**نمودار شتاب - زمان در حرکت بر خط راست چه اطلاعاتی به ما می‌دهد:**

اگر شتاب متحرکی را که بر خط راست حرکت می‌کند، بر حسب زمان رسم کنیم، نمودار شتاب - زمان متحرک به دست می‌آید.

مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور t در یک بازه زمانی، برابر تغییرات سرعت در آن بازه زمانی ( $\Delta v$ ) است.

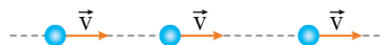


در بازه زمانی صفر تا  $t_2$ :  $\Delta v = S_1 - S_2$

### حرکت با سرعت ثابت:

در این حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. بنابراین سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن

است. معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت به صورت زیر است:



$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \Delta t \Rightarrow x - x_0 = v(t - t_0)$$

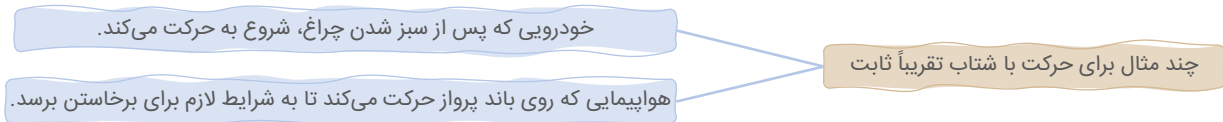
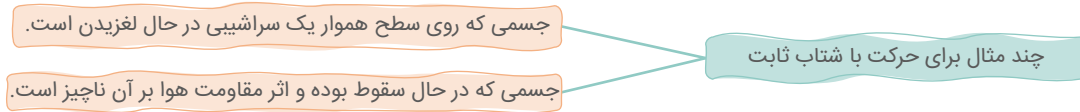
معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت:  $x = vt + x_0$

نکته:

چون در حرکت با سرعت ثابت، جهت و اندازه سرعت (تندی) ثابت است و متحرک روی مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند. در این حرکت، همواره مسافت طی شده با اندازه جابه‌جایی برابر است.

حرکت با شتاب ثابت:

هرگاه شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم. حرکت با شتاب ثابت نوع خاصی از حرکت است و در زندگی روزمره، با حرکت اجسامی که شتاب آن‌ها ثابت یا تقریباً ثابت است زیاد سر و کار داریم.



$$v = at + v_0$$

۱- معادله سرعت - زمان:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_0 + v}{2} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t$$

۲- معادله مستقل از شتاب:

به معادله فوق، معادله مستقل از شتاب می‌گویند. توجه کنید که از این رابطه فقط زمانی می‌توان استفاده کرد که حرکت با شتاب ثابت و روی خط راست باشد.

۳- معادله مکان - زمان:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

نکات:

۱- توجه کنید که رابطه  $\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$  را برای محاسبه جابجایی از لحظه صفر تا  $t$  و رابطه  $x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$  را برای محاسبه مکان جسم در لحظه  $t$  به کار می‌بریم.

۲- همان‌طور که دیده می‌شود، در این نوع حرکت، مکان متحرک تابعی درجه دوم از زمان (یعنی به شکل سهمی) است.

۴- معادله سرعت - جابجایی (معادله مستقل از زمان):

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

سقوط آزاد

جسمی که تحت تأثیر جاذبه گرانشی، در نزدیکی سطح زمین سقوط می‌کند و اثر مقاومت هوا را بتوان برای آن نادیده گرفت، آشناترین مثال برای حرکت با شتاب ثابت است. این حرکت آرمانی، سقوط آزاد نامیده می‌شود.

سقوط آزاد بدون سرعت اولیه

با فرض اینکه که جهت رو به بالا را مثبت بگیریم، معادلات سقوط آزاد به صورت زیر است:

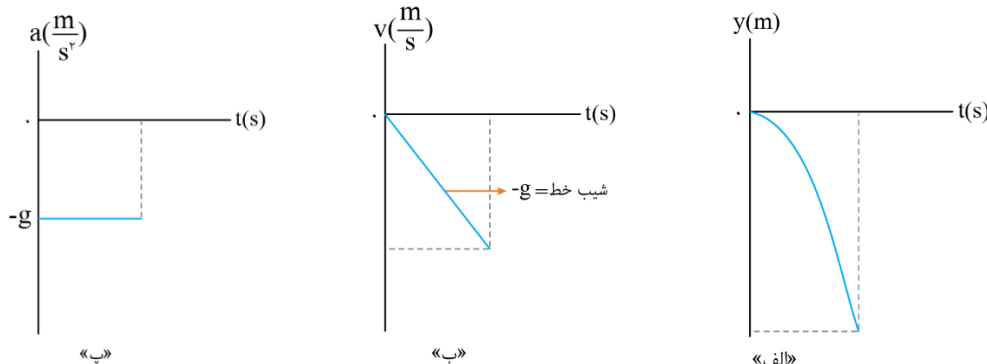
$$v = -gt$$

$$y = -\frac{1}{2} gt^2 + y_0$$

$$v^2 = -2g(y - y_0)$$

اگر در  $t = 0$  جسم در مبدأ مکان باشد ( $y_0 = 0$ ) معادله‌ها را به شکل ساده‌تری نیز می‌توان نوشت.

نمودارهای سقوط آزاد:



**تعریف نیرو:** نیرو حاصل برهم کنش یا اثر متقابل دو جسم بر یکدیگر است.

## نکات:

- ۱- کمیت نیرو که معمولاً با نماد  $\vec{F}$  نمایش داده می‌شود را به کمک نیروسنج اندازه می‌گیریم. یکای نیرو در SI، نیوتون (N) است.
- ۲- اثر نیرو بر یک جسم به شکل‌های مختلف مانند شروع به حرکت کردن، توقف، کم و زیاد شدن اندازه سرعت (تندی)، تغییر جهت سرعت و تغییر شکل آن جسم، خود را نشان می‌دهد.

**نیروی خالص:** در دنیای واقعی بر بیشتر اجسام بیش از یک نیرو وارد می‌شود. نیروی خالصی که بر یک جسم وارد می‌شود، جمع برداری تمام نیروهایی است که بر آن جسم وارد می‌شوند.

## نکته:

اگر به جسمی به طور همزمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، به عبارت دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

**قانون اول نیوتون:** یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند، مگر آن که نیروی خالصی (غیرصفر) به آن وارد شود.

**لختی (اینرسی):** اگر بر جسم نیروی خالصی وارد نشود، جسم ساکن می‌ماند و یا با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. به این خاصیت اجسام که میل دارند وضعیت حرکت خود را هنگامی که نیروی خالص وارد بر آن‌ها صفر است حفظ کنند، لختی می‌گویند.

**قانون دوم نیوتون:** هرگاه بر جسم نیروی خالصی وارد شود، سرعت آن تغییر می‌کند و جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

رابطه قانون دوم نیوتون به صورت زیر است:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$$

## نکته

تعریف یک نیوتون: مقدار نیروی خالصی است که به جسمی به جرم یک کیلوگرم، شتابی برابر با یک متر بر مربع ثانیه می‌دهد.

$$N \equiv \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}$$

## قانون سوم نیوتون

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت وارد می‌کند.

## نکات:

- ۱- نیروهای کنش و واکنش هم‌نوع‌اند؛ مثلاً هر دو الکتریکی‌اند، یا هر دو مغناطیسی‌اند و یا هر دو گرانشی‌اند.
- ۲- نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند. مثلاً وقتی با پا به توپ ضربه می‌زنید، پایتان به توپ و متقابلاً توپ به پایتان نیرو وارد می‌کند. در نتیجه اثر یکدیگر را خنثی نمی‌کنند و قابل برابندگیری نیستند.
- ۳- ممکن است نیروهای کنش و واکنش منجر به اثرات متفاوتی شود؛ مثلاً هنگام کوبیدن میخ در قطعه‌ای چوب، چکش به میخ نیرو وارد می‌کند و سبب فرورفتن میخ در چوب می‌شود و در واکنش، نیروی وارد از میخ به چکش، حرکت چکش را کند کرده و آن را متوقف می‌کند.

## معرفی نیروهای خاص (وزن - مقاومت شاره - عمودی سطح)

## نیروی وزن

به طور کلی، وزن (W) یک جسم در یک سیاره، نیروی گرانشی است که توسط سیاره بر جسم وارد می‌شود. وزن یک جسم بنا بر قانون دوم نیوتون، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{W} = m\vec{g}$$

## نکات

- ۱- جهت نیروی وزن و در نتیجه جهت شتاب گرانشی همواره به طرف مرکز سیاره (مرکز زمین) است.
- ۲- جرم یک جسم در مکان‌های مختلف ثابت است، اما وزن جسم به مقدار شتاب گرانشی (g) در آن مکان بستگی دارد. مثلاً با افزایش ارتفاع از سطح زمین، شتاب گرانشی کاهش می‌یابد و وزن جسم نیز کمتر می‌شود.
- ۳- طبق قانون سوم نیوتون، همزمان با اینکه زمین به جسم نیروی گرانشی ( $\vec{W}$ ) وارد می‌کند، جسم نیز به زمین (مرکز زمین) نیروی گرانشی ( $\vec{W}^*$ ) وارد می‌کند. این دو نیرو، کنش و واکنش هستند.

نیروی مقاومت شاره

وقتی جسمی در یک شاره (مایع یا گاز) قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند، از طرف شاره نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم، به آن وارد می‌شود که به آن **نیروی مقاومت شاره** می‌گویند و آن را با  $\vec{F}_D$  نشان می‌دهند.

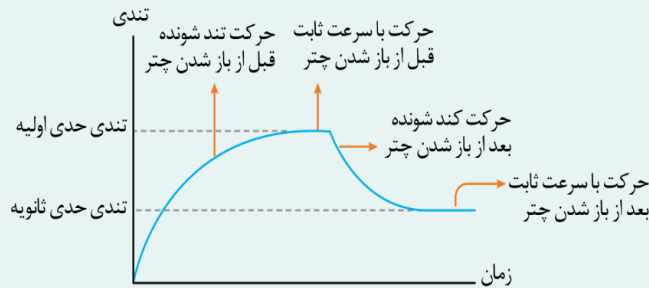
نکات:

- ۱- اگر جسم در هوا حرکت کند، به نیروی مقاومت شاره، نیروی مقاومت هوا گفته می‌شود.
- ۲- نیروی مقاومت شاره به بزرگی (سطح مقطع) جسم و تندی آن بستگی دارد. هر چه سطح مقطع و یا تندی جسم بیشتر باشد، نیروی مقاومت شاره بیشتر خواهد بود.

سقوط چتر باز در حضور نیروی مقاومت هوا

نکات:

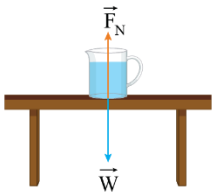
- ۱- قبل از باز شدن چتر، ابتدا حرکت تندشونده بوده و سپس با سرعت ثابت (سرعت حدی اولیه) ادامه می‌یابد و پس از باز شدن چتر، حرکت کندشونده شده و با سرعت ثابت (سرعت حدی ثانویه) ادامه می‌یابد و نمودار سرعت - زمان چتر باز به صورت زیر است:



- ۲- هنگامی که چتر باز به تندی حدی می‌رسد، شتاب حرکت صفر است و حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر چتر باز در این حالت صفر است (نیروها متوازن هستند) و می‌توان نتیجه گرفت که نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا در این حالت هم‌اندازه‌اند.

نیروی عمودی سطح:

به نیرویی که عمود بر سطح تماس است، نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) می‌گویند و آن را با نماد  $\vec{F}_N$  نشان می‌دهند.



نیروی عمودی سطح برای جسم درون آسانسور چگونه محاسبه می‌شود؟

برای شخصی که داخل آسانسور روی ترازوی فنری ایستاده است، عددی را که ترازو نشان می‌دهد ( $F_N$ ) با استفاده از قانون دوم نیوتون در چهار حالت بررسی می‌کنیم: ۱- اگر آسانسور ساکن باشد یا با سرعت ثابت حرکت کند:

$$F_N - mg = ma = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

۲- اگر جهت شتاب آسانسور به سمت بالا باشد ( $a > 0$ ):

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma$$

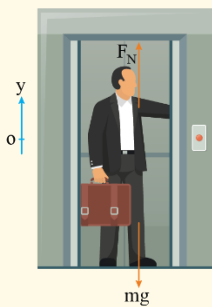
این در حالتی است که آسانسور تندشونده به سمت بالا یا کندشونده به سمت پایین حرکت کند. در هر دوی این موارد جهت شتاب آسانسور به سمت بالا است.

۳- اگر جهت شتاب آسانسور به سمت پایین باشد ( $a < 0$ ):

$$F_N - mg = ma \xrightarrow{a < 0} F_N = m(g - |a|)$$

این در حالتی است که آسانسور کندشونده به سمت بالا یا تندشونده به سمت پایین حرکت کند.

در هر دوی این موارد، جهت شتاب آسانسور به سمت پایین است.



۴. کابل آسانسور پاره شود و آسانسور در حال سقوط باشد:

در این حالت، شتاب آسانسور برابر  $g$  و رو به پایین است و طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_N - W = mg \xrightarrow{\substack{W=mg \\ a=-g}} F_N - mg = -mg \Rightarrow F_N = 0$$

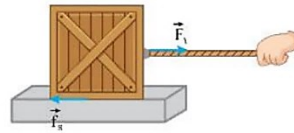
در این حالت شخص احساس بی‌وزنی دارد و ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد.

معرفی نیروهای خاص (اصطکاک - کشش فنر - کشش طناب)

نیروی اصطکاک ایستایی

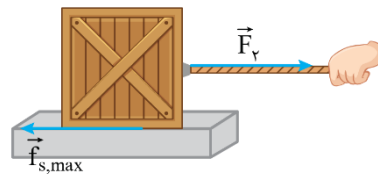
در شرایطی که به دلیل وجود نیروی اصطکاک ایستایی، جسم نمی‌تواند حرکت کند، همواره می‌توانیم با نوشتن شرط تعادل نیروها، اصطکاک ایستایی را به دست آوریم:

- وقتی جسمی روی یک سطح افقی ساکن است و نیرویی در راستای افقی بر آن اثر نمی‌کند، نیروی اصطکاک ایستایی برابر صفر است.
- با اعمال نیروی افقی به این جسم، اگر جسم همچنان ساکن بماند، با قانون دوم نیوتون می‌توان نشان داد که نیروی اصطکاک ایستایی همواره برابر با نیروی افقی است.



$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow f_s = F_1$$

- اگر نیروی افقی را آنقدر افزایش دهیم که جسم در آستانه حرکت قرار گیرد، به نیروی اصطکاک در این حالت، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه می‌گوییم و آن را با نماد  $f_{s,\text{max}}$  نشان می‌دهیم. در این حالت نیز نیروی اصطکاک ایستایی برابر نیروی افقی است که می‌خواهد جسم را حرکت دهد.



$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow f_{s,\text{max}} = F_2$$

آزمایش‌ها نشان می‌دهد که نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه ( $f_{s,\text{max}}$ ) با اندازه نیروی عمودی سطح ( $F_N$ ) متناسب است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N$$

نکات:

- ضریب اصطکاک ایستایی ( $\mu_s$ ) به جنس سطح تماس دو جسم و میزان زبری و نرمی و ... آن‌ها بستگی دارد.
- ضریب اصطکاک ایستایی و نیروی اصطکاک ایستایی تقریباً از مساحت سطح تماس بین دو جسم مستقل هستند؛ یعنی وابستگی محسوسی به مساحت سطح تماس ندارند.

نیروی اصطکاک جنبشی:

وقتی جسمی روی یک سطح می‌لغزد از طرف سطح بر جسم نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود که موازی با سطح و در خلاف جهت لغزش جسم است. آزمایش‌ها نشان می‌دهد که نیروی اصطکاک جنبشی ( $f_k$ ) با اندازه نیروی عمودی سطح ( $F_N$ ) متناسب است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k F_N$$

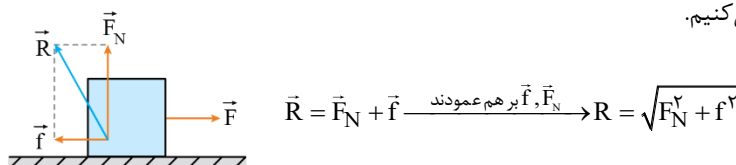
نکات:

- ضریب اصطکاک جنبشی ( $\mu_k$ ) نیز مانند  $\mu_s$  به عواملی مانند جنس سطح تماس دو جسم و میزان زبری و نرمی آن‌ها و ... بستگی دارد.
- ضریب اصطکاک جنبشی و نیروی اصطکاک جنبشی تقریباً از مساحت سطح تماس بین دو جسم مستقل هستند؛ یعنی وابستگی محسوسی به مساحت سطح تماس ندارند.
- معمولاً ضریب اصطکاک جنبشی میان دو سطح، کمتر از ضریب اصطکاک ایستایی میان آن دو سطح است:

$$\mu_k < \mu_s \xrightarrow{\text{در حالت کلی}} \mu_k \leq \mu_s$$

نیرویی که یک سطح به جسم وارد می‌کند

نیروهای اصطکاک و عمودی سطح از طرف سطح بر جسم وارد می‌شوند. اگر در مسئله‌ای نیروی سطح بر جسم خواسته شد، برآیند دو نیروی عمود بر هم اصطکاک و عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم.



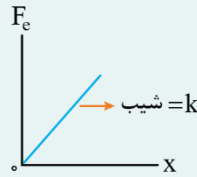
نیروی کشسانی فنر

اندازه نیروی کشسانی فنر با مقدار تغییر طول آن رابطه مستقیم دارد. این رابطه که به قانون هوک معروف است به صورت زیر است:

$$F_e = kx$$

**نکات:**

- ۱- ثابت فنر از مشخصات فنر است و به اندازه، شکل و ساختار ماده‌ای که فنر از آن ساخته شده بستگی دارد.
- ۲- نمودار نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییر طول آن به شکل زیر است. شیب نمودار برابر ثابت فنر (k) است.



هر چه شیب نمودار بیشتر باشد، ثابت فنر بیشتر و فنر سفت‌تر است.

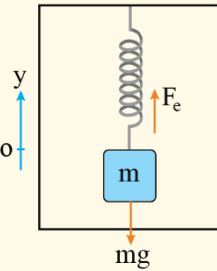
- ۳- اگر  $\ell_0$  طول اولیه فنر،  $\ell$  طول ثانویه فنر و  $x$  اندازه تغییر طول فنر باشد، آن‌گاه  $x = |\ell - \ell_0|$  می‌شود.

**مسئله آسانسور**

ابتدا با انتخاب جهت مثبت به طرف بالا و رسم نیروهای وارد بر جسم، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \xrightarrow{F_e = kx} kx = mg + ma \quad (*)$$

اگر شتاب آسانسور به سمت بالا باشد ( $a > 0$ )، داریم:



$$kx = mg + ma$$

این در حالتی است که حرکت آسانسور تندشونده به سمت بالا یا کندشونده به سمت پایین باشد.

اگر شتاب آسانسور به سمت پایین باشد ( $a < 0$ )، داریم:

$$kx = mg - m|a|$$

این حالتی است که حرکت آسانسور تندشونده به سمت پایین یا کندشونده به سمت بالا باشد.

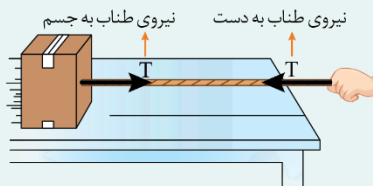
در رابطه (\*) توجه کنید که تغییر طول فنر مجموع دو تغییر طول است، یکی به دلیل نیروی وزن جسم و دیگری به دلیل حرکت شتابدار آسانسور است.

$$k(x_1 + x_2) = mg + ma$$

$x_1$  تغییر طول فنر به دلیل وزن جسم ( $kx_1 = mg$ ) و  $x_2$  تغییر طول فنر به دلیل حرکت شتابدار آسانسور ( $kx_2 = ma$ ) است.

**نیروی کشش طناب**

هنگامی که به کمک طناب، جسمی را می‌کشیم، طناب تحت کشش قرار می‌گیرد و جسم را با نیرویی که جهت آن به سمت بیرون جسم و در راستای خود طناب است، می‌کشد. به این نیرو، نیروی کشش طناب می‌گویند و با نماد  $T$  نمایش می‌دهند.

**نکته**


نیروی کشش طناب، فرمول فیزیکی ندارد و در مسائل، به کمک قوانین نیوتون به دست می‌آید.

**تکانه و قانون دوم نیوتون**

حاصل ضرب جرم جسم ( $m$ ) در سرعت آن ( $\vec{v}$ )، تکانه جسم نامیده می‌شود و آن را با نماد  $\vec{p}$  نشان می‌دهیم:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

**نکات**

- ۱- تکانه کمیتی برداری است. زیرا جرم، یک کمیت نرده‌ای و سرعت، یک کمیت برداری است و تکانه که برابر با حاصل ضرب آن‌ها است نیز برداری می‌شود.
- ۲- بردار تکانه در همان جهت بردار سرعت است ( $\vec{v}$  و  $\vec{p}$  هم‌جهت‌اند).
- ۳- بزرگی تکانه برابر با حاصل ضرب جرم جسم ( $m$ ) در تندی آن ( $v$ ) است.

$$p = mv$$

۴- برای جسمی با جرم ثابت  $m$ ، اگر سرعت جسم تغییر کند، تغییر تکانه آن از رابطه  $\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v}$  به دست می‌آید.

۵- بردار تغییر تکانه با بردار تغییر سرعت و نیز با بردار شتاب متوسط هم‌جهت است.

۶- با توجه به این‌که یکای جرم و سرعت در SI به ترتیب  $kg$  و  $\frac{m}{s}$  است، یکای تکانه در SI برابر  $\frac{kg \cdot m}{s}$  است.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2 \times \frac{m}{m} \Rightarrow K = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{(mv)^2}{2m} \xrightarrow{p=mv} K = \frac{p^2}{2m}$$

قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه

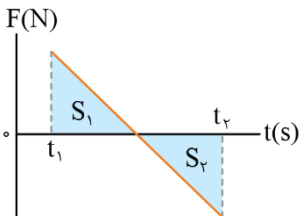
$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$



بردار نیروی خالص متوسط و بردار تغییر تکانه همجهت هستند.

مساحت بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان

مساحت بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر با تغییر تکانه جسم ( $\Delta p$ ) است:



$$S_1 - S_2 = F_{av} \Delta t = \Delta p$$

### حرکت دایره‌ای یکنواخت

ذره‌ای را در نظر می‌گیریم که روی یک مسیر دایره‌ای با تندی ثابت حرکت می‌کند به این نوع حرکت، حرکت دایره‌ای یکنواخت می‌گویند. با اینکه تندی جسم در این حرکت ثابت است، حرکت ذره شتاب‌دار است، چون جهت سرعت تغییر می‌کند. توجه کنید که همواره بردار سرعت ذره ( $\vec{v}$ ) مماس بر مسیر حرکت دایره‌ای است.

دوره:

در حرکت دایره‌ای یکنواخت، مدت زمان لازم برای پیمودن یک دور محیط دایره را دوره تناوب (دوره) می‌نامیم. از آنجا که در این حرکت ذره محیط دایره ( $2\pi r$ ) را با تندی  $v$  در زمان  $T$  طی می‌کند، داریم:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \text{ (دوره)}$$

یکای دوره ثانیه، (s) است.

شتاب مرکزگرا و قانون دوم نیوتون:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

(اندازه شتاب مرکزگرا)

$$F_{net} = m \frac{v^2}{r}$$

(قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت)

### نیروی گرانشی

قانون گرانش عمومی: نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصله آن‌ها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

G: ثابت گرانش عمومی ( $\frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ ) که مقدار آن برابر با  $6.67 \times 10^{-11}$  است.



نکات:

۱- نیروی گرانشی بین دو ذره از نوع جاذبه است و در امتداد خط واصل دو ذره وارد می‌شود.

۲- طبق قانون سوم نیوتون، دو نیروی  $\vec{F}_{12}$  و  $\vec{F}_{21}$  یک جفت نیروی کنش و واکنش هستند. یعنی نیروی گرانشی که جسم  $m_1$  به جسم  $m_2$  وارد می‌کند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت نیروی گرانشی است که جسم  $m_2$  به جسم  $m_1$  وارد می‌کند.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21} = F$$

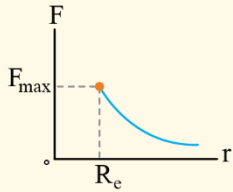
### نیروی گرانشی وارد بر ماهواره:

ماهواره در اثر نیروی گرانش بین زمین و ماهواره، روی مدار تقریباً دایره‌ای به دور زمین می‌چرخد. طبق قانون گرانش عمومی این نیرو برابر است با:

$$F = G \frac{M_e m}{r^2}$$

که در آن  $r$  فاصله ماهواره تا مرکز کره زمین است. بیشترین نیروی گرانشی بر ماهواره در سطح زمین به آن وارد می‌شود.

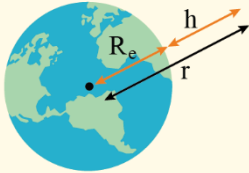
هرچه فاصله ماهواره بیشتر شود، نیروی گرانشی با وارون مربع فاصله کاهش می‌یابد و نمودار آن به شکل زیر خواهد بود:



و در نتیجه برای مقایسه نیروی گرانشی در دو فاصله  $r_1$  و  $r_2$  از مرکز زمین داریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

توجه کنید که با توجه به این رابطه، می‌توان شتاب گرانشی در ارتفاع  $h$  از سطح زمین و شتاب گرانشی در سطح زمین را با هم مقایسه کرد:



$$F = W = mg \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{h + R_e}\right)^2$$

که در آن  $g_h$  شتاب گرانشی در ارتفاع  $h$  از سطح زمین و  $g_0$  شتاب گرانشی در سطح زمین است.

نکته

مربع دوره گردش ماهواره‌ها به دور زمین متناسب با مکعب فاصله ماهواره از مرکز زمین است.

$$F = m \frac{v^2}{r} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$G \frac{M_e m}{r^2} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} \rightarrow 4\pi^2 r^3 = GM_e T^2 \rightarrow T^2 \propto r^3$$

نوسان دوره‌ای

نوسان‌هایی را که هر چرخه آن در دوره‌های دیگر تکرار شود، نوسان دوره‌ای می‌نامند.

دوره تناوب

مدت زمان یک چرخه، دوره تناوب حرکت نامیده می‌شود و آن را با نماد  $T$  نشان می‌دهند که یکای آن در SI، ثانیه (s) است.

بسامد

تعداد نوسان‌های انجام شده (تعداد چرخه) در هر ثانیه، بسامد (فرکانس) نامیده می‌شود و آن را با نماد  $f$  نشان می‌دهند.

نکات

۱- با توجه به تعریف دوره، بسامد عکس دوره است:

$$f = \frac{1}{T}$$

۲- اگر نوسانگری در مدت زمان  $t$ ، تعداد  $n$  نوسان کامل انجام دهد، دوره و بسامد آن از روش زیر به دست می‌آید:

$$T = \frac{t}{n}, f = \frac{n}{t}$$

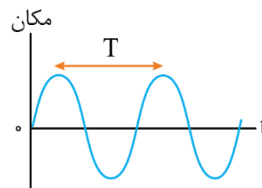
۳- کمیت دیگری که در حرکت نوسانی کاربرد زیادی دارد، بسامد زاویه‌ای است. این کمیت با بسامد رابطه مستقیم و با دوره رابطه عکس دارد و به صورت مقابل تعریف می‌شود:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

یکای بسامد زاویه‌ای در SI برابر رادیان بر ثانیه ( $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ) است.

حرکت هماهنگ ساده

به نوسان‌های دوره‌ای که نمودار مکان - زمان آن‌ها مانند شکل زیر، سینوسی است، حرکت هماهنگ ساده (SHM) گفته می‌شود.



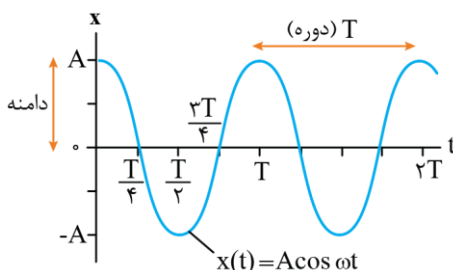
نکته

حرکت جسم متصل به فنر روی سطح بدون اصطکاک (سامانه جرم - فنر) و حرکت کم‌دامنه گلوله آونگ در شرایط خلأ (آونگ ساده) مشهورترین نمونه‌های حرکت هماهنگ ساده هستند.

معادله حرکت هماهنگ ساده

$$x(t) = A \cos \omega t$$

نمودار حرکت هماهنگ ساده به صورت شکل زیر است:



نکات:

۱- بیشینه فاصله جسم از نقطه تعادل، دامنه نوسان نام دارد.

۲- دامنه، فاصله بین دو انتهای مسیر نیست. در واقع دامنه برابر نصف طول پاره‌خط نوسان (فاصله  $+A$  تا  $-A$ ) است.

۳- به نقاط  $x = \pm A$  نقاط بازگشت می‌گویند. در نقاط بازگشت، سرعت نوسانگر برابر با صفر است و جهت حرکت آن عوض می‌شود. به همین دلیل به این نقاط نقاط بازگشت می‌گویند.

۴- به نقطه  $x = 0$ ، نقطه تعادل می‌گویند، زیرا در این نقطه تغییر طول فنر صفر است و نیرویی به جسم وارد نمی‌شود. در نقطه تعادل ( $x = 0$ ) اندازه سرعت نوسانگر بیشینه است.

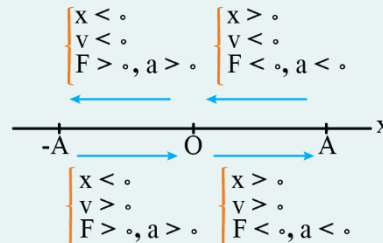
۵- هنگامی که نوسانگر به نقطه تعادل نزدیک می‌شود، حرکت آن تندشونده و هنگامی که از نقطه تعادل دور می‌شود (به نقاط بازگشت نزدیک می‌شود)، حرکت آن کندشونده است.

۶- حرکت هماهنگ ساده، یک حرکت شتابدار با شتاب متغیر است، چون نیروی خالص وارد بر نوسانگر همان نیروی کشش فنر ( $F_e = -kx$ ) است که نیروی ثابتی نیست و به مکان نوسانگر ( $x$ ) بستگی دارد.

۷- جهت نیروی کشش فنر و در نتیجه جهت شتاب نوسانگر، همواره به سمت نقطه تعادل ( $x = 0$ ) است؛ در نتیجه علامت نیرو و شتاب همواره مخالف علامت مکان است.

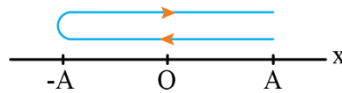
۸- در نقطه تعادل ( $x = 0$ )، نیرو و در نتیجه شتاب برابر صفر هستند و در نقاط بازگشت ( $x = \pm A$ ) نیرو و شتاب هر دو بیشینه‌اند.

۹- علامت‌های مکان، سرعت، نیرو و شتاب در یک دوره، در شکل زیر نشان داده شده‌اند:



#### محاسبه مسافت طی شده در حرکت هماهنگ ساده

۱- نوسانگر در هر دوره تناوب (یک نوسان کامل) همواره مسافتی برابر  $4A$  (۲ برابر طول پاره خط نوسان) را طی می‌کند:



$$\Delta t = T \Leftrightarrow \ell = 4A$$

۲- نوسانگر در نصف دوره تناوب ( $\Delta t = \frac{T}{2}$ ) همواره مسافتی برابر  $2A$  را طی می‌کند.

#### چه عواملی بر دوره تناوب سامانه جرم - فنر مؤثر است؟

آزمایش‌های متعدد با جرم - فنر نشان می‌دهد:

(۱) افزایش جرم در سامانه جرم - فنر (با فنر یکسان) به کند شدن نوسان‌ها، یعنی افزایش دوره تناوب می‌انجامد.

(۲) افزایش ثابت فنر در سامانه جرم - فنر (با جرم یکسان) به تند شدن نوسان‌ها، یعنی کاهش دوره تناوب می‌انجامد.

دوره تناوب سامانه جرم - فنر با وزنه‌ای به جرم  $m$  و فنری با ثابت  $k$  برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

با توجه به این رابطه می‌توان رابطه‌ای برای بسامد و بسامد زاویه‌ای نیز پیدا کرد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

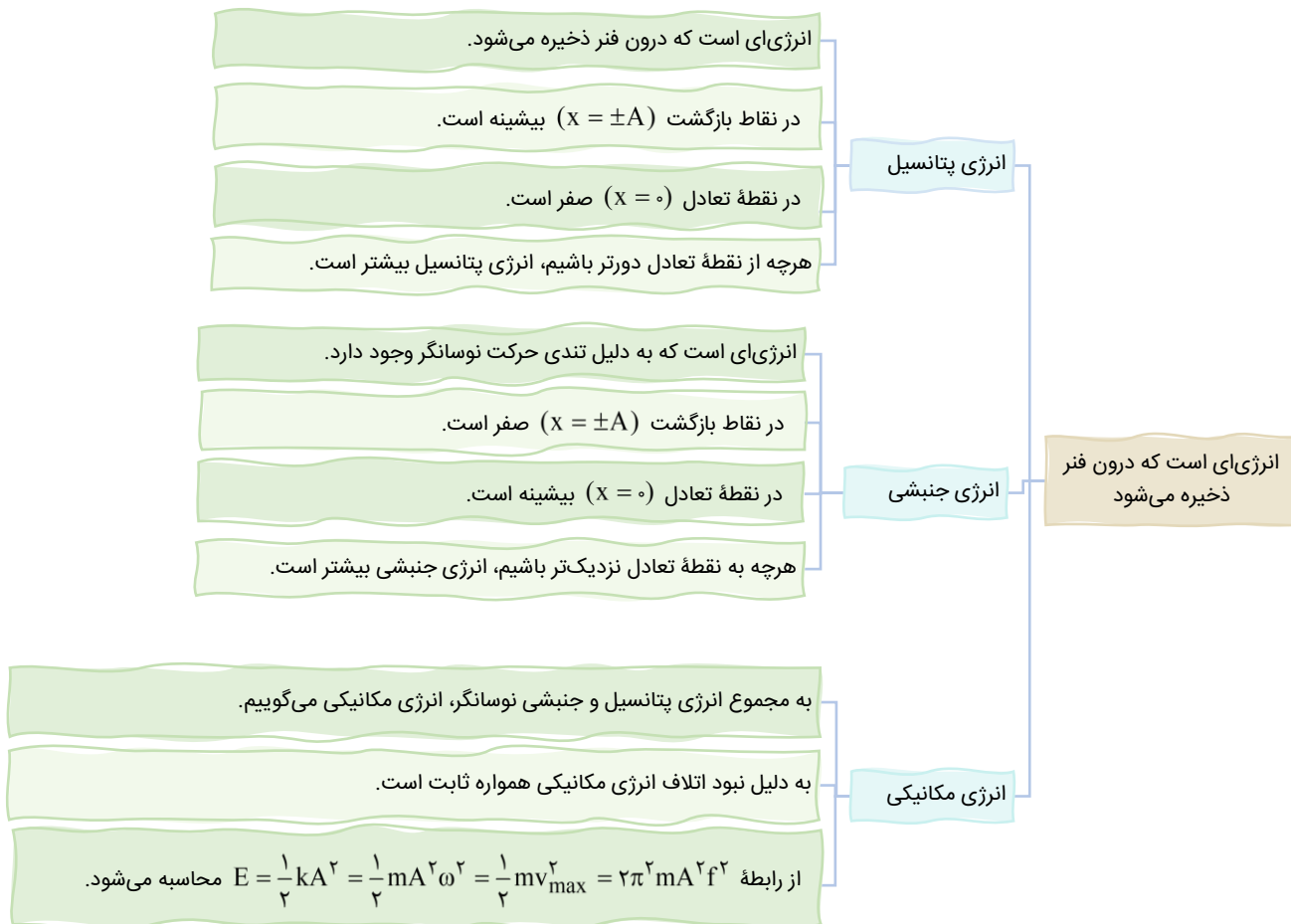
#### شتاب در حرکت هماهنگ ساده

$$a = -\omega^2 x$$

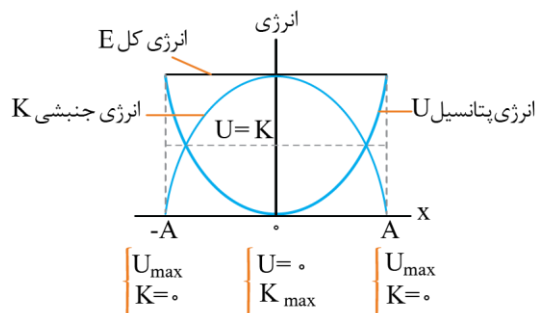
#### تندی بیشینه:

سرعت نوسانگر در نقطه تعادل بیشینه است و مقدار سرعت بیشینه (تندی بیشینه)، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v_{\max} = A\omega$$



نمودارهای انرژی در حرکت هماهنگ ساده



آونگ ساده و تشدید

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

دوره تناوب آونگ ساده به طول  $L$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

نکات:

- دوره تناوب آونگ ساده، به جرم و دامنه آن بستگی ندارد.
- برای مقایسه دوره تناوب، می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

۳- با توجه به روابط  $f = \frac{1}{T}$  و  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، با داشتن دوره تناوب آونگ ساده می‌توانیم بسامد و بسامد زاویه‌ای آن را نیز محاسبه کنیم.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

**بسامد طبیعی**

وقتی نوسانگری مانند جرم - فنر یا آونگ ساده، با انحراف از وضع تعادل با بسامدی معین شروع به نوسان می‌کند، به این بسامد، بسامد طبیعی گفته می‌شود که با  $f_0$  نشان می‌دهند.

بسامد طبیعی سامانه جرم - فنر برابر  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$  و بسامد طبیعی آونگ ساده برابر  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$  است.

**نوسان واداشته**

نوسانگرها می‌توانند با اعمال یک نیروی خارجی، با بسامدهای دیگری نیز به نوسان درآیند. به چنین نوسانی، نوسان واداشته گفته می‌شود و بسامد این نوسان را با  $f_d$  نشان می‌دهند. بنابراین اگر یک نوسانگر را رها کنیم که آزادانه و بدون تأثیر نیروی خارجی نوسان کند، با بسامد طبیعی خود، نوسان آزاد انجام می‌دهد و اگر آن را با یک نیروی خارجی با بسامد  $f_d$  به نوسان درآوریم، نوسان واداشته خواهد کرد.

**تشدید (رزونانس)**

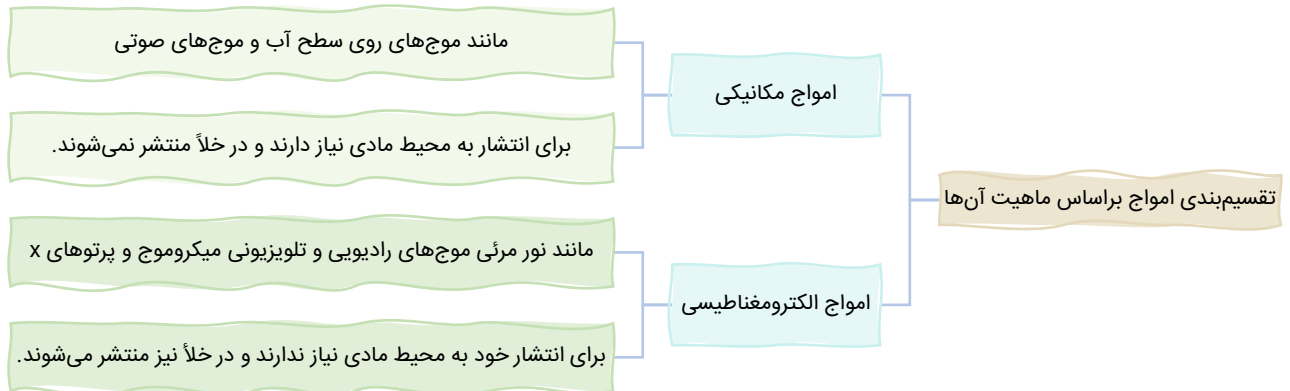
اگر بسامد نوسان‌های واداشته ( $f_d$ ) با بسامد طبیعی ( $f_0$ ) برابر شود ( $f_d = f_0$ )، دامنه نوسان‌ها می‌تواند افزایش زیادی داشته باشد. در چنین وضعیتی اصطلاحاً گفته می‌شود که برای نوسانگر تشدید (رزونانس) رخ داده است.

**نکات**

- اگر نوسانگر را با بسامدهایی بیشتر یا کمتر از بسامد طبیعی به نوسان درآوریم ( $f_d \neq f_0$ )، دامنه نوسان کوچک‌تر از حالتی خواهد شد که آن را با بسامد طبیعی‌اش به نوسان درآوریم.
- مثالی از یک نوسان واداشته، تاب خوردن کودکی است که به‌طور دوره‌ای هل داده می‌شود. نوسان تاب بی‌آن‌که در ادامه حرکت هل داده شود، مثالی از یک نوسان آزاد است، به طوری که نوسان‌های تاب، میرا و سرانجام متوقف می‌شود. ولی وقتی شخصی تاب را هل می‌دهد، او انرژی تلف‌شده بر اثر اصطکاک و مقاومت هوا را جبران می‌کند و مانع میرا شدن نوسان تاب می‌شود.

**موج**

هرگاه در ناحیه‌ای از محیط کشسان، ارتعاشی به‌وجود آید، موجب پدید آمدن ارتعاش‌های پی‌درپی دیگری می‌شود که از محل شروع ارتعاش دور و دورترند، و به این ترتیب موج مکانیکی به‌وجود می‌آید. نوع دیگری از امواج نیز وجود دارند که برای انتشار خود نیازی به محیط مادی کشسان ندارند که به آن‌ها امواج الکترومغناطیسی می‌گوییم.



**انواع موج از نظر شکل انتشار آن‌ها**

- موج‌ها از نظر راستای انتشار و راستای نوسان به دو دسته موج عرضی و موج طولی تقسیم می‌شوند:
- موج عرضی:** اگر راستای نوسان ذرات محیط بر جهت انتشار موج عمود باشد، موج را عرضی می‌نامند.
  - موج طولی:** اگر راستای نوسان ذره‌های محیط انتشار موج، در جهت انتشار موج باشد، موج را طولی می‌نامند.

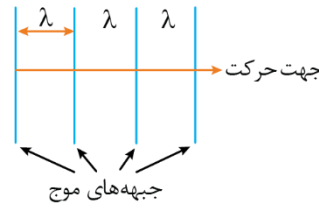
**نکته**

به موج‌های طولی و عرضی، موج‌های پیش‌رونده گفته می‌شود، زیرا هر دوی این موج‌ها از نقطه‌ای به نقطه دیگر حرکت کرده و انرژی را با خود منتقل می‌کنند.

مشخصه‌های موج:

۱- طول موج: یک موج مکانیکی عرضی در هنگام انتشار در یک محیط، برآمدگی‌ها و فرورفتگی‌هایی ایجاد می‌کند. فاصله بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی مجاور، طول موج نامیده می‌شود و آن را با  $\lambda$  نشان می‌دهند. طول موج ( $\lambda$ ) برابر با مسافتی است که موج در مدت یک دوره تناوب نوسان چشمه طی می‌کند.

در واقع به هر یک از برآمدگی‌ها یا فرورفتگی‌های ایجاد شده روی سطح آب، یک جبهه موج می‌گویند. به برآمدگی‌ها، قله (ستیخ) و به فرورفتگی‌ها دره (پاستیخ) گفته می‌شود.



۲- دامنه (A): بیشینه فاصله یک ذره از مکان تعادل، دامنه موج نامیده می‌شود که همان فاصله قله یا دره نسبت به سطح آرام یا ساکن است.

۳- دوره تناوب (T): مدت زمانی که هر ذره محیط یک نوسان انجام می‌دهد دوره تناوب موج نامیده می‌شود که برابر با زمانی است که چشمه موج یک نوسان انجام می‌دهد.

۴- بسامد (f): تعداد نوسان‌های انجام شده توسط هر ذره محیط در یک ثانیه بسامد موج نامیده می‌شود که برابر با بسامد چشمه موج نیز هست. به یاد داشته باشید که با توجه به حرکت نوسانی چشمه موج، می‌توان همه مفاهیم قسمت نوسان را برای آن در نظر گرفت. مثلاً اینجا هم رابطه  $f = \frac{1}{T}$  بین بسامد و دوره تناوب موج برقرار است.

۵- تندی انتشار موج (v): اگر جبهه موج در مدت  $\Delta t$  مسافت  $L$  را طی کند، تندی انتشار موج از رابطه  $v = \frac{L}{\Delta t}$  به دست می‌آید. از آنجا که طول موج  $\lambda$  در دوره  $T$  طی می‌شود، داریم:

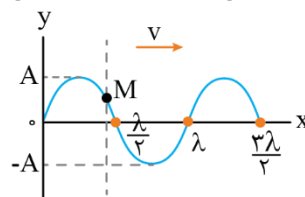
$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

نکات

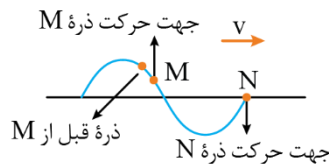
- ۱- تندی انتشار موج به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد.
- ۲- تندی انتشار موج سطحی روی آب‌های کم‌عمق، به عمق آب که یکی از ویژگی‌های محیط انتشار موج است، بستگی دارد. با افزایش عمق، تندی موج افزایش می‌یابد و بالعکس.
- ۳- بسامد، دوره و دامنه، به چشمه موج بستگی دارند و با تغییر محیط، ثابت می‌مانند.

نقش موج

هر گاه از موج در حال انتشار، در یک لحظه عکس بگیریم، به شکل موج در آن لحظه، نقش موج در آن لحظه می‌گویند.



هر ذره از محیط، حرکت ذره قبل خود را تکرار می‌کند. مثلاً در اینجا چون موج به سمت راست حرکت می‌کند، ذرات سمت چپ، ذره قبل آن هستند.



تندی انتشار موج عرضی در یک ریسمان یا فنر

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

نکته

اگر جرم ( $m$ ) و طول تار ( $L$ ) داده شود، می‌توان تندی انتشار موج عرضی را بدون محاسبه  $\mu$ ، به دست آورد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu = \frac{m}{L}} v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

انتقال انرژی در موج عرضی مکانیکی

هر موجی حامل انرژی است. وقتی در یک ریسمان یا فنر کشیده موجی عرضی را ایجاد می‌کنیم، در واقع انرژی را برای ایجاد موج در ریسمان فراهم کرده‌ایم. با انتشار موج، این انرژی به صورت انرژی جنبشی و پتانسیل در ریسمان انتقال می‌یابد.

نکات:

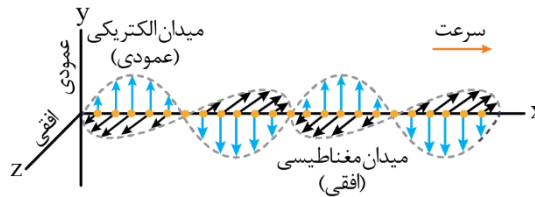
۱- انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل لازم را چشمه موج تأمین می‌کند.

۲- ثابت می‌شود که مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی توان متوسط در یک موج سینوسی برای همه انواع امواج مکانیکی، با مربع دامنه ( $A^2$ ) و نیز مربع بسامد ( $f^2$ ) موج متناسب است.

موج الکترومغناطیسی

اساس شکل‌گیری موج الکترومغناطیسی، دو قانون زیر است:

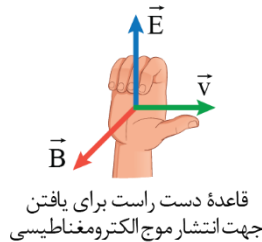
- ایجاد میدان الکتریکی به علت تغییر میدان مغناطیسی همان القای الکترومغناطیسی است که توسط مایکل فاراده به طور تجربی کشف شد.
- پدیده معکوس قانون القای فاراده، یعنی تولید میدان مغناطیسی بر اثر تغییر میدان الکتریکی که توسط جیمز کلارک ماکسول پیش‌بینی شد.



با توجه به این شکل، سه ویژگی بارز را می‌توان در امواج الکترومغناطیسی دید:

- میدان الکتریکی  $\vec{E}$  همواره عمود بر میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  است.
- میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  همواره بر جهت حرکت عمودند و در نتیجه موج الکترومغناطیسی، یک موج عرضی است. برای تعیین جهت انتشار موج می‌توان از قاعده دست راست کمک گرفت.

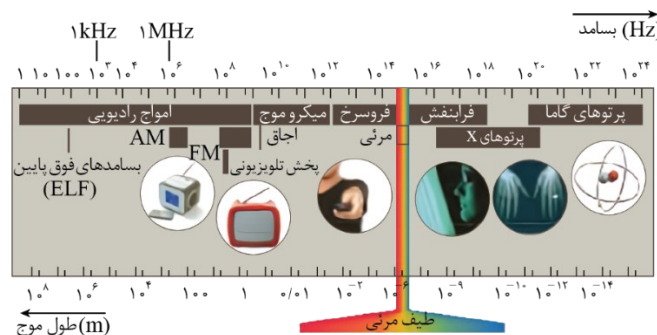
اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  قرار دهیم، به طوری که میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  از کف دستمان خارج شود (خم شدن چهار انگشت در جهت میدان مغناطیسی باشد)، انگشت شست جهت انتشار موج (جهت انتقال انرژی) را نشان می‌دهد.



قاعده دست راست برای یافتن جهت انتشار موج الکترومغناطیسی

۳) میدان‌ها با بسامد و طول موج یکسان و همگام با یکدیگر تغییر می‌کنند (یعنی همزمان با هم بیشینه و کمینه می‌شوند و با هم تغییر جهت می‌دهند).

طیف امواج الکترومغناطیسی



نکات

- تمام این امواج به‌رغم تفاوت فراوان در روش‌های تولید و کاربردهای آن‌ها، امواجی الکترومغناطیسی هستند و همگی با تندی نور در خلأ حرکت می‌کنند و هیچ گسستگی‌ای در این طیف وجود ندارد.
- تندی این امواج در محیط‌های دیگر یکسان نیست مثلاً تندی نور قرمز و نور بنفش در محیط شفافی مانند شیشه برابر نیست.
- در محدوده امواج رادیویی به ترتیب افزایش طول موج، باندهای AM، FM و ELF قرار دارند.
- طول موج نور مرئی از ۴۰۰nm (بنفش) تا ۷۰۰nm (قرمز) است.
- طول موج امواج رادیویی از حدود یک متر تا  $3 \times 10^8$  متر است.